

Øving 7: Statistikk for trafikkingeniører

Det anbefales generelt å arbeide i grupper med 2-3 studenter i hver gruppe. Bruk gjerne Excel så mye som mulig i forbindelse med løsning av oppgavene.

Oppgave 7.1: *Analyse og presentasjon av data*

Tabellen under viser hastighet for 35 kjøretøy. Skriv inn disse data i et blankt regneark:

| Kjøretøy type | Hastighet |
|--------------------|-----------|
| 1 - lett, 2 - tung | km/h |
| 1 | 76 |
| 1 | 72 |
| 2 | 58 |
| 1 | 84 |
| 1 | 92 |
| 2 | 67 |
| 2 | 61 |
| 2 | 56 |
| 1 | 92 |
| 1 | 86 |
| 1 | 88 |
| 2 | 72 |
| 1 | 79 |
| 2 | 59 |
| 1 | 74 |
| 1 | 101 |
| 1 | 97 |
| 2 | 71 |
| 1 | 90 |
| 1 | 84 |
| 1 | 77 |
| 2 | 64 |
| 1 | 82 |
| 2 | 73 |
| 1 | 90 |
| 1 | 93 |
| 1 | 84 |
| 1 | 82 |
| 1 | 79 |
| 1 | 83 |
| 1 | 87 |
| 1 | 80 |
| 1 | 73 |
| 1 | 76 |
| 2 | 70 |

7.1.1 Bruk Excel til å finne:

- sum av hastighetene (SUM)
- antall observasjoner (COUNT)
- gjennomsnittshastighet (AVERAGE)
- største hastighet (MAX)
- minste hastighet (MIN)
- k'te største hastighet (LARGE)
- k'te minste hastighet (SMALL)
- rangering av observasjonene (RANK)
- median (MEDIAN)
- Første, andre og tredje kvartil (QUARTILE)
- 10, 25, 50, 75, 85, 90 % fraktil (PERCENTILE)

Forklar hva vi mener med median, kvartil og fraktil.

7.1.2 Bruk Excel for å vise hastighetsfordeling for alle kjøretøy (tabeller og grafer):

- histogram
- frekvensfordeling
- kumulativ fordeling

Gjør egne valg omkring intervaller og eventuelt andre forhold.

7.1.3 Bruk Excel til å beregne følgende variasjonsmål:

- avvik fra gjennomsnittet (husk fortegn), sum av alle avvik og gjennomsnittlig avvik
- absolutt avvik (uten fortegn, alle avvik er positive), sum og gjennomsnitt
- kvadratavvik, sum og gjennomsnitt
- varians
- standardavvik

7.1.4 Kopier de observerte data til et nytt regneark og bruk funksjonene SUMIF og COUNTIF for å beregne gjennomsnittshastighet for hver av de to gruppene (tunge og lette).

Beregn også varians og standardavvik for hver gruppe.

Sammenlign resultatene for hver gruppe med gruppene til sammen, og lag en formel som beskriver denne sammenhengen.

Oppgave 7.2: Sannsynlighetsregning

7.2.1 Gitt følgende hendelser:

- A – føreren er en mann
- B – føreren bryter fartsgrensa

$$P(A) = 0.60$$

$$P(B) = 0.50$$

$$P(A \cap B) = 0.40$$

Beregn

1. sannsynlighet for at føreren er mann gitt at han/hun bryter fartsgrensa
2. sannsynlighet for en hastighet høyere enn fartsgrensa gitt at føreren er en mann
3. sannsynlighet for at føreren er kvinne gitt at han/hun bryter fartsgrensa
4. sannsynlighet for en hastighet høyere enn fartsgrensa gitt at føreren er en kvinne
5. sannsynlighet for at føreren er en mann eller en hastighet høyere enn fartsgrensa

7.2.2 Vi ser på ulykker som involverer to kjøretøy i et ”lukket” vegnett. Kjøretøyene kan være av type Lett eller Tung, og vi antar 80% lette og 20% tunge.

1. Anta lik kjørelengde for lette og tunge kjøretøy. Beregn hvor stor andel av ulykkene som bør inneholde minst ett tungt kjøretøy.
2. La oss så anta at et tungt kjøretøy i gjennomsnitt kjører dobbelt så langt som et lett kjøretøy. Hvordan vil dette virke inn på sannsynligheten for at et tungt kjøretøy er involvert i en tilfeldig ulykke mellom to kjøretøy?

Oppgave 7.3: Binomialfordeling

Vi ser på biler som ankommer et lyskryss. Andel som svinger til venstre er 20%, og vi ser på en gruppe med 50 biler. X er antall som svinger til venstre.

7.3.1 Beregn sannsynlighetsfordeling for X (tetthet $P(X=x)$ og kumulativ fordeling $P(X \leq x)$ og framstill disse i samme grafiske framstilling.

7.3.2 Beregn gjennomsnitt og standardavvik for antall som svinger til venstre.

7.3.3 Beregn følgende sannsynligheter:

- $P(X = \text{Gjennomsnitt})$
- $P(X > \text{Gjennomsnitt})$
- $P(X < \text{Gjennomsnitt})$
- $P(X \text{ ligger i området } \text{gjennomsnitt} \pm \text{standardavvik})$
- $P(X \text{ ligger i området } \text{gjennomsnitt} \pm 2 * \text{standardavvik})$

Oppgave 7.4: Poissonfordeling

7.4.1 I et kjørefelt er det observert et trafikkvolum på 600 kjt/t, og vi antar at disse ankommer i følge en Poisson fordeling.

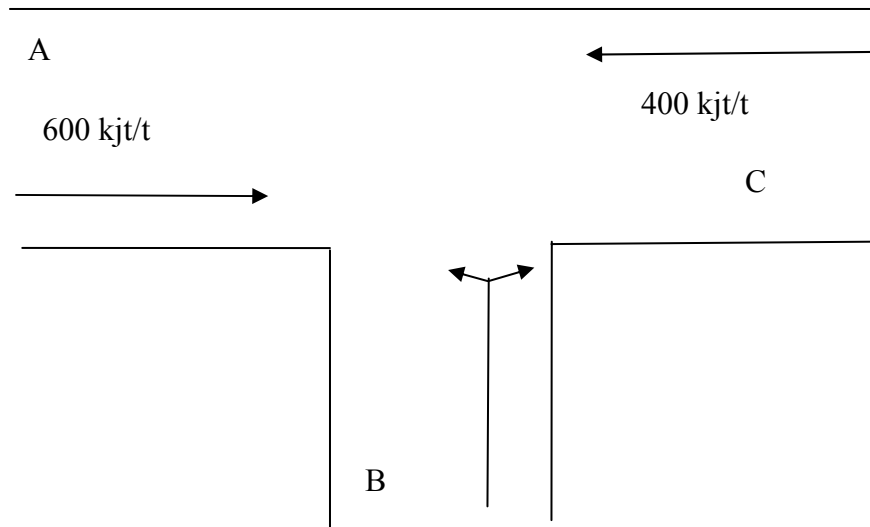
- Beregn og lag en grafisk framstilling av sannsynlighetstetthet og kumulativ sannsynlighetsfordeling for antall ankomster pr minutt.
- Hva er det mest sannsynlige antall ankomster pr minutt?
- Finn sannsynligheten for mindre enn 8 ankomster på et minutt.
- Finn sannsynligheten for at det ankommer mer enn 40 og mindre enn 60 biler på 5 minutter.

7.4.2 Anta at vi i gjennomsnitt har registrert 6 ulykker pr år i et kryss og at disse ulykkene følger en Poisson fordeling.

- Beregn sannsynligheten for at det skjer mer enn 6 ulykker i løpet av 1 år.
- Finn det antall ulykker som det er mindre enn 5% sannsynlighet for å overskride (dvs at det er mer enn 95% sannsynlighet for at det er færre ulykker enn dette).

Oppgave 7.5: Eksponensialfordeling

7.5.1



I et kryss antar vi at trafikken på sidevegen B har vikeplikt for trafikken på hovedvegen A-C.

En høyresving fra B (i retning C) krever en kritisk tidsluke på 5 sekunder, og venstresving fra B (i retning A) krever en kritisk tidsluke på 6 sekunder.

Finn sannsynligheten for at et tilfeldig kjøretøy fra tilfart B

- kan svinge til høyre uten å stoppe
- kan svinge til venstre uten å stoppe

Beregn også hvordan disse sannsynlighetene vil endre seg om kravet til kritisk tidsluke reduseres med 25%.

7.5.2 Beregn gjennomsnitt, median, varians og standardavvik for tidslukene i hver av følgende trafikkstrømmer:

- trafikk fra tilfart A (600 kjt/t)
- trafikk fra tilfart B (400 kjt/t)
- total trafikk fra tilfartene A og C (1000 kjt/t)

Finn også sannsynlighet for at en tidsluke er

- større enn gjennomsnitt
- større enn medianen

for hver av disse tre trafikkstrømmene.

Oppgave 7.6: Normalfordeling

7.6.1 Vi antar at hastighetene til kjøretøyene som passerer et punkt følger en normalfordeling med gjennomsnitt på 64 km/t og standardavvik 6 km/t.

- Beregn og lag en grafisk framstilling av sannsynlighetstetthet og kumulativ sannsynlighetsfordeling for denne normalfordelingen.

Beregn sannsynligheten for at en tilfeldig hastighet er

- høyere enn 64 km/t
- mindre enn 54 km/t
- høyere enn 74 km/t
- i området gjennomsnitt +/- standardavvik
- i området gjennomsnitt +/- 2*standardavvik
- i området gjennomsnitt +/- 3*standardavvik

Beregn det minste intervallet der det er 80% sannsynlighet for at en tilfeldig hastighet vil ligge.

7.6.2 1. Vis følgende tre normalfordelinger i en grafisk framstilling:
A: (0,1), B: (-1,1) and C (1,1).

2. Vis følgende tre normalfordelinger i en annen grafisk framstilling:
D: (0,1), E: (0,0.5) and F (0,2).

3. Bruk disse grafene til å forklare hvordan gjennomsnitt og standardavvik vil påvirke hvordan normalfordelingen ser ut.

7.6.3 I oppgave 7.1 presenterte vi hastighetsdata data for 35 kjøretøy. Anta at disse hastighetene følger en normalfordeling med det gjennomsnitt og standardavvik du beregnet.

Det kan vises at gjennomsnittshastigheten er en stokastisk variabel som også følger en normalfordeling. Denne gjennomsnittshastigheten har en varians som er lik variansen til X dividert med antall observasjoner.

Bruk dette til å beregne sannsynligheten for at gjennomsnittshastigheten er 2 km/t høyere enn det observerte gjennomsnittet.